

はりのたわみ測定と解析のための教材開発

九州職業能力開発大学校附属
川内職業能力開発短期大学校 下土橋 渡

Development of Training Equipments for Measuring and Analyzing
of Beam Deflections

Wataru SHIMOTSUCHIBASHI

要約 両端支持はりの長手方向に変位計を走行させて、はりのたわみを測定する装置と、得られた測定データに基づいてはりのたわみ曲線を回帰分析して、はり材質の縦弾性係数の値を得るコンピュータ解析プログラムを作成した。得られた縦弾性係数の値は、材料メーカーのカタログ値とよく一致する。開発した教材は、当短期大学校の専門課程の機械工学実験で、また、たわみ測定装置は高度離転職者訓練で活用されており、はりの剛性やたわみ式、縦弾性係数などについての理解を深めるのに役立つ。本報では、開発した教材の概要と当短期大学校における活用事例について報告する。

I はじめに

材料力学が与える式や考え方は、機械の部品や部材の強度、剛性を計算するのに必要な、実用的で不可欠なものである。そのため、職業能力開発短期大学校の専門課程のカリキュラムには、材料力学Ⅰ・Ⅱが標準教科目として取り入れられているが、材料力学は、理解を深めさせるために授業に工夫が求められるという側面を持っている。そこで、はりの剛性やたわみ式、縦弾性係数などについての理解を深めるのに役立つ教材を開発した。すなわち、両端支持はりの長手方向に変位計を走行させて、はりのたわみを測定する装置と、得られた測定データに基づいてはりのたわみ曲線を回帰分析して、はり材質の縦弾性係数の値を得るコンピュータ解析プログラムを作成した。得られた縦弾性係数の値は、材料メーカーのカタログ値とよく一致する。

本報では、開発した教材の概要と当短期大学校の専門課程の機械工学実験における活用事例について報告し、たわみ測定装置の高度離転職者訓練における活用事例を報告する。

II たわみ測定装置

1 測定装置

たわみ測定装置は、著者が設計・製図を行い、支給した図面と購入品・資材リストに基づく入札により、機器等整備のなかで購入した。装置は、矩形断面の両端支持はりの中央におもりを吊るして曲げを与える構造のものである。仕様を表1に、外観を図1に示す。はりの上面に変位計の測定子を接触させながら、変位計をはりの長手方向に走行させて、たわみを測定する。送りねじには、リードが2mmの台形ねじを使っているので、変位計を全ストローク往復走行させるには、195回転させる必要がある。装置の製作コスト低減のためと、学生に実験の実感をより味わってもらうため、あえて手動送りの構造とした。測定位置は、変位計につないだワイヤがリニアエンコーダを回転させることによって計測される。はりは、炭素鋼(S45C)、銅(無酸素銅C1020)およびアルミニウム(ジュラルミンA2017)の3つの材質のもの、おもりは、18.54N、30.90N、43.02Nの重さのものを準備してある。

表1 たわみ測定装置の仕様

(1) はり形式
両端支持はり
中央に一個の集中荷重（おもり）をかける
(2) はり寸法および材質
断面幅 10mm × 高さ 5mm × 支点間距離 390mm
炭素鋼 S45C、銅 C1020、アルミウム A2017
(3) デジタル変位計
GS-1630A（小野測器）、測定範囲 30mm
測定分解能 1μm
デジタルカウンタ DG-4120（同上）
(4) 測定位置検出計
D-540（ムトウエンジニアリング）
ワイヤ式リニアエンコーダ、測定範囲 600mm
測定分解能 0.1mm
デジタルカウンタ NSS-A（同上）
(5) 送り方式
スライドガイドおよび台形ねじによる手動送り
送りねじのリード 2mm
(6) 装置外形寸法
奥行 160mm × 幅 620mm × 高さ 470mm

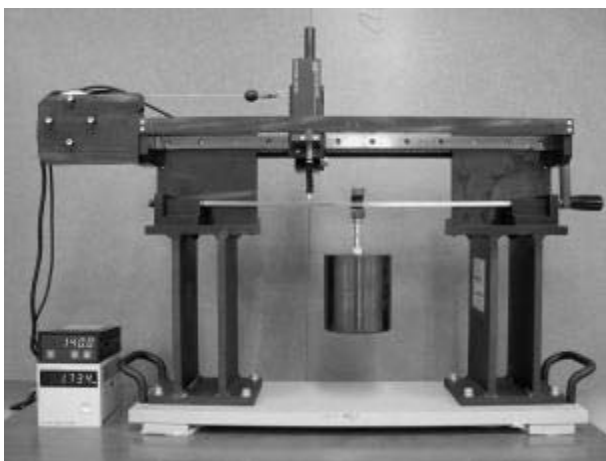


図1 たわみ測定装置外観

2 測定手順

正面から向って左側の支持点を原点として、20mm間隔でたわみを測定する。ただし、おもりを吊り下げたので中央では測定できないため、測定箇所は長手方向18箇所とした。はりのそりやはり表面の凸凹の影響を排除するため、荷重をかけないときの変位と、荷重をかけたときの変位を測定し、両者の差をはりのたわみとした。

III 解析プログラム

解析は、最小二乗法の考え方を使って曲げたわみの回帰曲線を数値計算で求める方法を用いた。用いたプログラム言語は、Visual Basicである。

1 両端支持はりのたわみ

支点間距離がLの両端支持はりが、左支持点から $x = a$ の位置で、W (N) の集中荷重を受けるときの、距離 $x = x$ の位置におけるたわみ y は、次式で与えられる。すなわち、

$x \leq a$ のとき

$$y = \frac{Wbx}{6LEI}(L^2 - b^2 - x^2)$$

$x > a$ のとき

$$y = \frac{Wbx}{6LEI}(L^2 - b^2 - x^2) + \frac{W(x - a)^3}{6EI}$$

ここに、E：縦弾性係数 (MPa)

I：断面二次モーメント (mm⁴)

なお、断面二次モーメントは、断面幅をB (mm)、断面高さをH (mm) とすれば、矩形断面に対して、 $I = BH^3 / 12$ で与えられる。また、 $b = L - a$ である。

2 解析手順

図2に示すように、長手方向18箇所のたわみの測

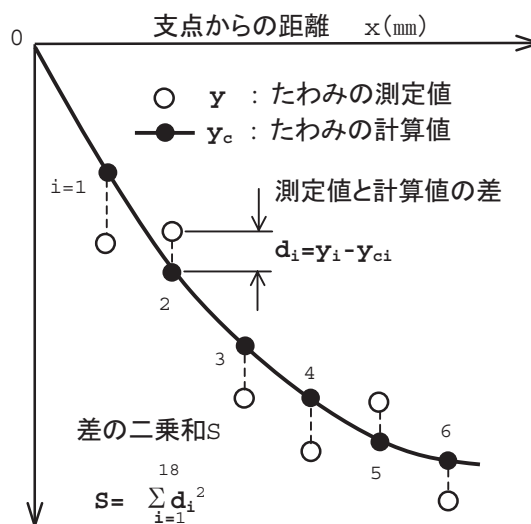


図2 測定値と計算値の差の二乗和

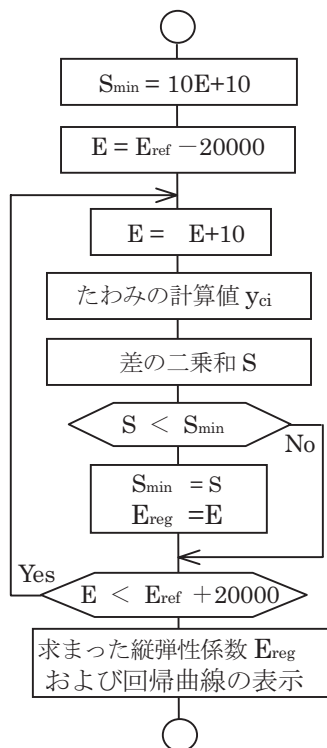


図3 回帰曲線を求めるフローチャート

定値 (y_i) と計算値 (y_{ci}) との差を計算し、その二乗和Sを計算する。すなわち、

$$S = \sum_{i=1}^{18} d_i^2$$

ここに、 $d_i = y_i - y_{ci}$

回帰曲線を求めるフローチャートを図3に示す。縦弾性係数Eを参考値E_{ref}（メーカーカタログ値）より20,000MPaだけ小さい値から、20,000MPaだけ大きい値まで、10MPaずつ増やしながら、たわみの測定値と計算値の差の二乗和Sを計算していく。Sの値が最も小さくなるときの曲線が回帰曲線であり、そのときの縦弾性係数の値が求めたい値である。図3において、S_{min}は、Sの最小値を、E_{reg}はそのときの縦弾性係数の値を記憶するための変数である。

解析プログラムは、一つのフォームとPublic変数を書き込んだ一つの標準モジュールからなり、プログラムは、測定データを読み込むプログラム（データ読込）、測定データを画面にプロットするプログラム（作図）および回帰曲線を求めるプログラム（回帰曲線）の3つで構成されている。図4は、材質が炭素鋼（S45C）で、曲げ荷重が30.90Nの場合について得られた回帰曲線と縦弾性係数の値を表示している。表2は、実験

で得られた縦弾性係数の値と材料メーカーのカタログ値を比較した結果である。炭素鋼の場合は特に、両者がよく一致している。

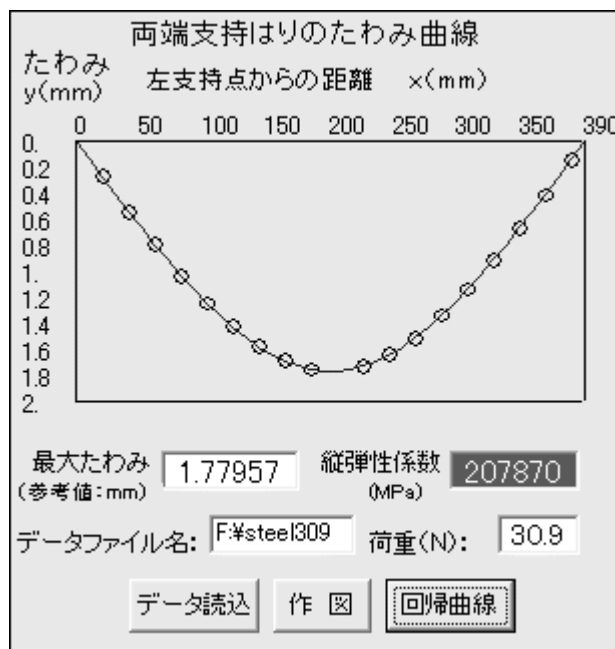


図4 解析結果の表示画面

表2 実験結果

(a) 炭素鋼 (S45C) の縦弾性係数

実験で得られた値	メーカーのカタログ値	差
206.4GPa	206.0GPa	0.2%

(b) 無酸素銅 (C1020) の縦弾性係数

実験で得られた値	メーカーのカタログ値	差 (%)
117.9GPa	114.8GPa	2.7%

(注) これまで学生が実験で得た値の平均値を記載

IV 活用事例

1 機械工学実験における活用

当短期大学校専門課程機械システム系では、生産技術科（定員30名）と制御技術科（定員20名）の計50数名の学生に対して、2年の後期（Ⅶ・Ⅷ期）に、機械工学実験の授業を行っている。実験テーマは3つあって、その一つが、本報の教材を使ったはりのたわみ測定および解析である。60名前後の学生を3つの班に分け、ローテーションですべての学生が3つの実験を履修し、一班20名前後の学生が、5週で一つの実験を行っている。

はりのたわみ測定および解析実験のスケジュールを表3に示す。材料力学、数値解析およびコンピュータプログラミングの復習も実験のねらいであるので、第1週と第2週では基本的な事柄について講義を行っている。たわみ測定は、2人一組で行う。

表3 たわみ測定および解析実験スケジュール

週	授業内容	
第1週	①実験目的と日程、測定装置について ②縦弾性係数と両端支持はりのたわみ式	
第2週	③最小二乗法と回帰分析 ④解析プログラムの構成と概要	
第3週	たわみ測定 (2名一組)	プログラミング、解析 (Visual Basic)
第4週		
第5週	報告書作成	

(注) 学生数、20名前後(=60名前後/3班)。実施時期、2年後期。授業時間数、4時間/週。

一人が変位計を走行させ、もう一人が所定の記録用紙に測定値を書き取る。役割を交代して、炭素鋼(S45C)と銅(C1020)の2つのはりについて測定を行っている。所要時間は、2つのはりの測定で、約30分である。たわみ測定を待っている組、および測定がすんだ組は、プログラミングして解析を行う(2名一組で一台のコンピュータを使用)。プログラミングは、時間的な制約があるので、ソースプログラムコードを支給し、フォームの作成とデバッグを学生にさせるようにしている。

報告書に感想を書いてもらっている。感想のいくつかを列記すると次のようである。

今までに縦弾性係数を使って計算をしたことはあったが、実際にたわみを測定したのは初めてだったので新鮮だった。ひずみゲージを使う実験のほかにも縦弾性係数を求める実験があって、しかも簡単だったので驚いた。炭素鋼も銅も予想以上にたわむなと思った。材質によってたわみの大きさが違うこと、弾性係数の値が小さいとたわみが大きくなるという事実を学んだ。はりのたわみ式などいろんな面で勉強しなおす機会になった。縦弾性係数については一般的な値が分かっているので、仕事についてからこのような実験をやることはないと思うが、分かっている値を使う前に今回のようにきちんと理解しておくことが、大事だと思った。最小二乗法と回帰曲線の意味を理解できた。測

定は簡単で分かりやすい実験だったが、プログラムの入力とデバッグに手間取った。それでも、解はすなりと得られた。手計算で行うのだったら大変だろうなと思った。プログラムを打ち込んでデバッグして行くうちにプログラムも理解することができた。Visual Basicの応用的な使い方が理解できたと思う。今まで授業で勉強してきたことがいろんなところで使われるのだということが分かった。

このように、学生は興味を持って実験に取り組んでおり、実験の所期の目的は達成されていると思われる。

2 高度離転職者訓練における活用

当短期大学校では、専門課程のほかに離転職者訓練を行っている。高度離転職者訓練のコースである生産機械エキスパート科(1年訓練、定員20名)は、専門課程の生産技術科のカリキュラムをベースに履修科目が設定されている訓練科であり、材料力学(2単位、訓練時間36時間)が取り入れられている。はりのたわみの計算値と実測値とを比較することによって、はりの剛性などに関する理解を深めるとともに、材料力学が与えるたわみ式の有用性を検証するのに本報のたわみ測定装置を使っている。

V おわりに

両端支持はりの長手方向に変位計を走行させて、はりのたわみを測定する装置と、得られた測定データに基づいてはりのたわみ曲線を回帰分析して、はり材質の縦弾性係数の値を得るコンピュータ解析プログラムからなる教材を開発した。得られた縦弾性係数の値は、材料メーカーのカタログ値とよく一致する。開発した教材は、当短期大学校の専門課程の機械工学実験で、また、たわみ測定装置は高度離転職者訓練(1年訓練)で活用されており、はりの剛性やたわみ式、縦弾性係数などについての理解を深めるのに役立つ。

現在のたわみ測定装置では、はりの中央におもりを吊り下げる操作を手で行っており、その際に、はりを振らしたりしている。また、中央部では、フックがあるので、変位の測定ができない。おもりを機械的にかげられる構造にして、改良を図りたい。

【参考文献】

- (1) 中山秀太郎著、大学課程材料力学、オーム社、1985年、P135-138